

Zusammenfassung

Technische Informatik 1, Teil 1

January 19, 2001

1 Elektrostatik

- **Elektrische Feldstärke** $E = \frac{F}{Q}$, $[E] = \frac{[F]}{[Q]} = \frac{1N}{1C} = \frac{[U]}{[s]} = \frac{1V}{1m}$ mit F : Kraft auf Probeladung, q : Probeladung ($e \approx 1,6 \cdot 10^{-19}C$ ($C = As$))
“Die elektrische Feldstärke ist wie die Kraft F ein Vektor, hat also Betrag und Richtung: sie ist von der positiven zur negativen Ladung gerichtet und existiert in jedem Raumpunkt.”
- **Verschiebungsdichte** $D = \frac{Q}{4\pi r^2}$, $[D] = \frac{[Q]}{[A]} = \frac{1C}{1m^2}$, wobei Q eine **Ladung** ist und $D = \epsilon E$, es gilt also $D \sim E$ (im Vakuum gilt $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C}{Vm}$ (absolute Dielektrizitätskonstante))
“Die Verschiebungsflußdichte D ist an die felderzeugende Ladung Q gebunden (Ursache des elektrischen Feldes), die elektrische Feldstärke E (Wirkung) beschreibt die Kraftwirkung, die eine Probeladung (Q') im Feld erfährt.”
- **Verschiebungsfluß** $\psi = A \cdot D$, $[\psi] = [Q]$
“Den physikalischen Zustand des Raumes, der an eine Ladungsverteilung gebunden ist, wollen wir mit dem Begriff Fluß oder besser Verschiebungsfluß verbinden.”
- **Potential** $\phi = \frac{W_a}{Q}$, $[\phi] = [U] = \frac{[F][s]}{[Q]} = \frac{kg(m^2/s^2)m}{As} = V$
“Das elektrische Potential ist die der potentiellen Energie einer Ladung an einem Ort zugeordnete (skalare) Größe.”
- **Spannung** $U_{AB} = \frac{\Delta W_{AB}}{q}$, $[U] = \frac{[W]}{[Q]} = \frac{1Joule}{1Coulomb} = 1Volt$
“Spannung=Potentialdifferenz der Potentiale an den Orten A und B .”
- **Kapazität** $C = \frac{Q}{U}$, $[C] = \frac{[Q]}{[U]} = \frac{1C}{1V} = 1F$
“Das Verhältnis der Ladung auf den Kondensatorplatten und der Spannung zwischen ihnen heißt Kapazität. Sie kennzeichnet das Speichervermögen für Ladungen und bildet die Haupteigenschaft des Bauelementes Kondensator.”
Beim Plattenkondensator: $C = \frac{\epsilon A}{d}$

Bei Parallelschaltung: $C_{ges} = \sum_i C_i$
 Bei Reihenschaltung: $C_{ges} = \sum_i \frac{1}{C_i}$

2 Strömung, Strömungsfeld, stationäre Strömung

- “Damit der Strom ständig fließt (geschlossener Stromkreis), müssen Ladungsträger unter Aufwendung von (mechanischer) Arbeit entgegen der Feldrichtung bewegt werden ($F' > F$). Die Stromquelle in einem Schaltbild wird **Generator**, andere Schaltelemente (wie z.B. Widerstände) **Verbraucher** genannt.”
- **Strom** $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, $[I] = \frac{[Q]}{[t]} = \frac{1C}{1s} = 1A$
 “An einer bestimmten Stelle des Leiters wird die pro Zeitintervall Δt transportierte Ladungsmenge ΔQ registriert. Der Quotient aus diesen beiden Größen wird als Strom bezeichnet.”
- **Stromdichte** $S = \frac{\Delta I}{\Delta A}$, $[S] = \frac{[I]}{[A]} = \frac{1A}{1m^2}$
 “Die Verteilung des Stromes I über den gesamten Leiterquerschnitt wird nicht immer gleichmäßig sein. Daher ist es sinnvoll, den Gesamtstrom in hinreichend kleine Teilströme ΔI aufzuteilen.”
- **Spezifischer Widerstand / Leitwert** “Beschreibt die die Materialeigenschaften hinsichtlich des Ladungsträgertransportes infolge der Kraftwirkung des elektrischen Feldes: Physikalisch wird der spezifische Widerstand maßgeblich von der Verfügbarkeit frei beweglicher Ladungsträger und von deren Beweglichkeit im Material bestimmt.”
- **Ohmsches Gesetz** $U \sim I$, $U = R \cdot I$, $[R] = \frac{[U]}{[I]} = \frac{1V}{1A} = 1\Omega$
 “Die strikte Proportionalität zwischen Spannung und Strom an einem Leiter wird als OHMsches Gesetz bezeichnet.”
- **Schaltung von Widerständen**
 In Reihe: $R_{ges} = \sum_i R_i$, “Es addieren sich die Spannungen, da überall der gleiche Strom fließt”
 Parallel $\frac{1}{R_{ges}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$, “Es addieren sich die Ströme, da überall die gleiche Spannung anliegt”
- **Größen des Strömungsfeldes:**

Ladung	$Q = \int Idt$, $I = \frac{dQ}{dt}$
Strom	$I = \int \int_A S \cdot dA$, $S = \frac{dI}{dA}$
Stromdichte	$S = \kappa E$, $E = \rho S$
Elektrische Feldstärke	$U_{AB} = \int_A^B E \cdot ds$, $E = \frac{d\varphi}{ds_{ }} e_{ }$
Spannung	$R = \frac{U}{I}$, $G = \frac{I}{U}$
Widerstand	$R = \frac{1}{G}$

- **Arbeit** $\Delta W = UQ$, $W(t) = UI t = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t$, $[W] = 1Ws$
“Unter Energie wird die Fähigkeit verstanden, Arbeit zu verrichten. Energie und Arbeit besitzen das Formelzeichen W mit der Einheit Watt”
- **Leistung** $P = \frac{dW}{dt} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}$, $[p] = \frac{[W]}{[t]} = \frac{1J}{1s} = 1W$
“Unter dem Begriff Leistung versteht man den Energie-Durchsatz pro Zeit.”

3 Magnetostatik

- **Magnetische Feldstärke** $H = \frac{I}{2\pi r}$, $[H] = \frac{1A}{1m}$, $I = \oint H \cdot ds$
“ H beschreibt die Stärke des magnetischen Feldes um einen stromdurchflossenen Leiter im Abstand r .”
- **Magnetische Flußdichte / Induktion** $B = \mu \cdot H$, $[B] = \frac{1V \cdot s \cdot A}{A \cdot m \cdot m} = 1T$
“Die Induktion B beschreibt den Einfluß des den stromführenden Leiter umgebende Material. Dessen Eigenschaften drücken sich in der Permeabilität μ aus. Bei ferromagnetischen Materialien ist μ keine Konstante. Anders gesagt: \vec{B} ist durch die Kraft definiert, die auf eine Ladung Q ausgeübt wird, wenn sie sich mit der Geschwindigkeit \vec{v} senkrecht zum Magnetfeld bewegt.”
- **Magnetischer Fluß** $\phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$, $[\phi] = 1 \frac{T}{m^2} = 1Vs = 1Wb$
“Anschaulich ist der magnetische Fluß proportional der Gesamtzahl der Feldliniendichte, die eine (senkrecht gedachte) Fläche durchsetzen. Daher erklärt sich der Begriff der Flußdichte für B ($= \frac{\phi}{A}$).”
- **Induktivität einer Spule** $L = n \frac{\phi}{I}$ mit $n =$ Anzahl der Windungen ,
 $[L] = 1 \frac{Vs}{A} = 1H$

4 Induktionsgesetz

- Der zeitlich veränderliche Induktionsfluß kann auf zwei typische Arten erzeugt werden: durch Ruheinduktion/Transformatorprinzip (zeitveränderliches Magnetfeld) und durch Bewegungsinduktion/Generatorprinzip (zeitveränderliche Fläche bei konstanter Induktionsfläche A_n)
- **Lenzsche Regel:** *“Die induzierte Spannung ist so gerichtet, daß der Strom, der nach Schließen des Stromkreises fließt, ein magnetisches Feld erzeugt, das der Flußänderung entgegen wirkt (ein sich abschwächendes Feld wird verstärkt, ein zunehmendes Feld wird abgeschwächt).”*
- **Lorentz-Kraft** $F = q (\vec{v} \times \vec{B}) \Rightarrow \vec{v} \times \vec{B} = -E$
“Auf eine im Magnetfeld bewegte Ladung wird eine Kraft (LORENTZ-Kraft) ausgeübt. Die Kraft ist proportional der Größe der Ladung, der Geschwindigkeit und der Stärke des magnetischen Feldes. In der Formel

bezeichnet \vec{v} den Geschwindigkeitsvektor der Ladung und \vec{B} die magnetische Flußdichte.“

- **Spuleninduktion** $u = L \frac{di}{dt}$, $i = C \frac{du}{dt}$
 Reihenschaltung: $L_{ges} = L_1 + L_2$
 Parallelschaltung: $\frac{1}{L_{ges}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$
- **Induktionsgesetz für zeitl. veränderlichen magnetischen Fluß ϕ**
 $u = - \int \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$
- **Kirchhoffsche Knotenregel** $\sum_{i=1}^n I_i = 0$
 “Die Summe der n Ströme, die durch einen Knoten fließen (unter Berücksichtigung der Richtung) ist 0. Das bedeutet, daß die Summe der einfließenden Ströme in jedem Knoten gleich die Summe der ausfließenden Ströme ist.”
- **Kirchhoffsche Maschenregel** $\sum_{i=1}^n U_i = 0$
 “Die Summe der Spannungen in einer Masche (Kreis) bestehend aus n Seiten ist gleich Null.”
- **Spannungsteiler** $U_2 = \frac{R_2}{R_1+R_2} U$
 “Die Spannung teilt sich proportional zu den Widerständen auf.”
- **Stromteiler** $I_1 = \frac{R_2}{R_1+R_2} I$, $I_2 = \frac{R_1}{R_1+R_2} I$
 “Der Strom teilt sich bei parallel geschalteten Widerständen antiproportional zu den Widerständen auf.”
- **Ohmsches Gesetz für sinusförmige Vorgänge**
 Spule: $U = j\omega LI$ (Blindwiderstand)
 Kondensator: $U = \frac{1}{j\omega C} I$ (Blindwiderstand)
 Ohmscher Widerstand: $U = RI$ (Wirkwiderstand)
- **Impedanz Z und Admittanz Y :**
 $U = ZI$, $I = YU$ - mit $\omega = 2\pi f$ Reihenschaltung: $Z = Z_1 + Z_2$, Parallelschaltung: $Y = Y_1 + Y_2$

	Widerstand	Spule	Kondensator
$Z = \left(\frac{U}{I}\right)$	R	$j\omega L$	$\frac{1}{j\omega C}$

- **Ortskurven von Impedanzen und Admittanzen** “Bei der Verschaltung von komplexen Widerständen kann man bei Wechselspannung sog. Ortskurven aufzeichnen. Dabei wird auf der X-Achse der Ohmsche Widerstand und auf der Y-Achse der komplexe Widerstand aufgezeichnet. Bei der Reihenschaltung ergeben sich für Y (Halb-)Kreise und für Z Parallele zur Y-Achse. Bei der Parallelschaltung ist es genau umgekehrt. Bei Verschaltung von Spule und Kondensator gibt $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ den Radius des Kreises für Y (in Serie) bzw. für Z (parallel) an.”

- **Frequenzgang** $F(\omega) = |F(\omega)| \cdot e^{\frac{j}{\tau}\omega}$
 “Die komplexe Größe $\underline{F}(j\omega)$ heißt Netzwerkfunktion oder auch (komplexer) Frequenzgang. Sie bestimmt das Ursache - Wirkungsverhalten eines Netzwerkes (Zweipolnetze bzw. Vierpole) eindeutig. Je nach gewähltem Ursache-Wirkungs-Verhältnis kann der Frequenzgang eine Impedanzfunktion $\underline{Z}(j\omega)$, eine Admittanzfunktion $\underline{Y}(j\omega)$, ein komplexes Spannungs- oder Stromübersetzungsverhältnis sein. Man kann sie auch derart interpretieren, daß sie das Verhältnis der harmonischen Ausgangsgrößen zur harmonischen Eingangsgröße im eingeschwungenen Zustand angibt.“
- **Frequenzgang Admittanz ↔ Impedanz** $Z = \frac{1}{Y}$, $Y = \frac{1}{Z}$
 “Bei der Umrechnung des Frequenzganges zwischen Impedanz und Admittanz ist der Betrag des Frequenzganges (Betragsgang) zu invertieren und der Phasenwinkel des Frequenzgangs (Phasengang) mit -1 zu multiplizieren.“
- **Eckfrequenz** $\omega_e = \frac{1}{\tau}$
 “Um das Übertragungsverhalten eines passiven Netzwerkes darstellen zu können, und um später hieraus die zugehörige Eckfrequenz ω_0 zu berechnen, trägt man $|F(\omega)|$ (also das Verhältnis von Eingangsspannung zu Ausgangsspannung) gegen die Frequenz doppelalgorithmisch auf (\rightarrow Bode-Diagramm). Die Eckfrequenz ist nun der Schnittpunkt der Gerade, die das Verhältnis $1 : 1$ darstellt ($|F(\omega)| = 1$), mit der Geraden, die bei Messungen hoher Frequenzen entsteht.“
- **Ideale Quellen** “Alle Stromquellen bis auf z.B. den Akkumulator (\leftarrow ideale Quelle) haben einen sog. Innenwiderstand. Das hat zu Folge, daß bei stärker fließendem Strom auch der Innenwiderstand der Quelle wächst (gilt sowohl für die Spannungs- als auch für die Stromquelle).“

5 Vierpole

“Die Eingangsklemmen 1-1' sind im Normalfall mit der Quelle (mit Innenwiderstand \underline{Z}_i), die Ausgangsklemmen 2-2' mit dem Verbraucher ($\underline{Z}_2 = \underline{Z}_a$) abgeschlossen. Diese Klemmenpaare bezeichnet man auch als Tore (Vierpol=Zweitor). Der Vierpol wird symbolisch durch einen Kasten dargestellt und durch zwei Strom-Spannungsbeziehungen an seinen Klemmen beschrieben, die sog. Vierpolgleichungen.

Ein beliebiges Netzwerk (im Kasten) läßt sich von den Vierpolklemmen her stets durch zwei Gleichungen beschreiben. Dieses Modell vereinfacht die Netzwerkanalyse ganz erheblich.“

- **Leitwertgleichungen, Leitwertmatrix** $\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = Y \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}$ mit $I = YU$

- **Widerstandsgleichungen, Widerstandsmatrix** $\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = Z \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$ mit $U = \frac{I}{Y}$
- **Reihenparallelschaltungen, Hybrid-Matrix** $\begin{pmatrix} U_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ H_2 \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} I_1 \\ U_2 \end{pmatrix}$
- **Parallelreihengleichungen** $\begin{pmatrix} I_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} U_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = H^{-1} \begin{pmatrix} U_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$, falls H^{-1} existiert
- **Kettengleichungen für symmetrische Pfeile** $\begin{pmatrix} U_2 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = K \begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$
- **Reziproke Kettengleichung** $\begin{pmatrix} U_2 \\ I_1 \end{pmatrix} = K^{-1} \begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix}$, falls K^{-1} existiert
- **Kettengleichung für Kettenpfeile** $\begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$; $A = K \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
- **Zusammenschaltungsregeln:**
 - Parallelschaltung: $Y_{ges} = Y_1 + Y_2$
 - Reihenschaltung: $Z_{ges} = Z_1 + Z_2$
 - Reihenparallelschaltung: $H_{ges} = H_1 + H_2$
 - Parallelreihenschaltung: $P_{ges} = P_1 + P_2$
 - Kettenschaltung: $A_{ges} = A_1 \cdot A_2$